مجلهٔ علمی پژوهشی «پژوهش‌های برنامهٔ درسی»
انجمن مطالعات برنامهٔ درسی ایران
دورهٔ یازدهم، شمارهٔ اول، پیاپی ۲۱، بهار و تابستان ۱۴۰۰
صفحه‌های ۱۵۷– ۱۷۷

ارزیابی تطبیقی سطح استدلال هندسی دختران و پسران پایهٔ نهم بر اساس نظریهٔ فن‌هیلی

نرگس یافتیان[۱] فرشید گرجی‌پور شوبی [۲]

چکیده

هدف پژوهش حاضر بررسی سطح استدلال هندسی دانش‌آموزان پایهٔ نهم بر اساس نظریهٔ فن‌هیلی در یکی از مباحث هندسه، یعنی مبحث استدلال و اثبات در هندسه و ویژگی‌های آنها بوده است. این پژوهش، به روش زمینه‌یابی انجام گرفت. جامعهٔ آماری، کلیهٔ دانش‌آموزان پایهٔ نهم مدارس دولتی شهرستان بابل و اعضای نمونه شامل ٤٧٠ نفر است که به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای تصادفی انتخاب شده است. ابزار اندازه‌گیری، آزمونی محقق‌ساخته با ۱۰ سؤال بود. روایی صوری و محتوایی آزمون، توسط چند نفر از استادان ریاضی و آموزش ریاضی و همچنین، چند تن از معلمان باتجربهٔ مقطع متوسطهٔ اول، تأیید گردید. برای تجزیه‌وتحلیل داده‌ها، روش‌های آمار توصیفی و آمار استنباطی مورد استفاده قرار گرفت. یافته‌های پژوهش، بیانگر این است که سطح غالب تفکر هندسی دانش‌آموزان پایهٔ نهم در مبحث استدلال و اثبات، در سطح اول فن‌هیلی است. همچنین، یافته‌ها نشان داد که دانش‌آموزان پسر عملکرد بهتری نسبت به دانش‌آموزان دختر در سطوح فن‌هیلی داشته‌اند که این تفاوت از نظر آماری تنها در سطح اول معنی‌دار بود. یافته‌های این پژوهش می‌تواند در بازبینی فرایند آموزش هندسه، مورد استفاده دبیران ریاضی، سیاست‌گذاران آموزشی و مؤلفان کتب درسی قرار گیرد.

واژه‌های کلیدی: هندسه، سطوح تفکر فن‌هیلی، پایهٔ نهم.

---

[۱] استادیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، گروه ریاضی (نویسنده مسئول) yaftian@sru.ac.ir
[۲] کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی شهر بابل f.gorjipour52@gmail.com

تاریخ دریافت مقاله: ۹۹/۲/۱۹ تاریخ دریافت مقاله نهایی: ۹۹/۹/۱۱ تاریخ پذیرش: ۹۹/۱۰/۳

مقدمه

به دلیل جنبه‌های چندگانه هندسه، ریاضی‌دانان و آموزشگران ریاضی، به‌اتفاق آرا، شروع آموزش هندسه و یادگیری آن را از دوران کودکی و ادامه یادگیری آن را به شکلی متناسب با سطح یادگیرندگان در طول برنامه درسیِ ریاضی، لازم و ضروری می‌دانند. هندسه، مدل‌سازِ پدیده‌های طبیعی است و چون به ارتباط بین پدیده‌های طبیعی و ریاضی نیز توجه می‌کند، این امکان را فراهم می‌آورد تا فرد ذهن و فکر قوی‌تر و خلاق‌تری داشته باشد (گویا و همکاران، ۱۳۸۷). درواقع، هندسه یکی از دروس اساسی در برنامه آموزش ریاضی دوره متوسطه است و واسطهٔ بین مفاهیم شهودی و مجرد می‌باشد (گویا، ۱۳۷۵؛ آرماه و کیسی[1]، ۲۰۱۹؛ سولیستیوواتی[2] و همکاران، ۲۰۱۹). می‌توان گفت یکی از اهداف اساسی تدریس ریاضیات، بهبود سطوح تفکر هندسی دانش‌آموزان است و این تفکر در بسیاری از موضوعات علمی، فنی و حرفه‌ای از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است (الِابس[3]، ۲۰۱۶).

در بین مباحث مختلف ریاضی، هندسه با مشکلات و بدفهمی‌های بیشتری مواجه بوده است (اوزکان و دیلر[4]، ۲۰۱۹؛ آرماه و کیسی، ۲۰۱۹؛ سولیستیوواتیو همکاران، ۲۰۱۹). پژوهش‌های متعدد حاکی از آن هستند که دانش‌آموزان عملکرد ضعیفی در کلاس‌های هندسه از خود نشان می‌دهند (پیوزی، ۲۰۰۳؛ سولیستیوواتی و همکاران، ۲۰۱۹). یافته‌های مطالعه تیمز نشانگر آن است که در میان حوزه‌های موضوعی ریاضیات، هندسه با کم‌ترین میزان موفقیت در سطح جهانی روبه‌رو بوده است (نتایج بین‌المللی تیمز ۲۰۱۱ در ریاضیات، نقل شده در مالیس[5]، ۲۰۱۲). تجربه‌های معلمان ریاضی نیز بیانگر آن است که بسیاری از دانش‌آموزان به‌ویژه در مقطع متوسطه در هندسه مدرسه‌ای و به‌خصوص در ارائه اثبات‌های رسمی، با مشکل روبه‌رو هستند (فایز[6] و

1. Armah & Kissi
2. Sulistiowati
3. Al-ebous
4. Özkan & Diler
5. Mullis
6. Fuys

همکاران، ۱۹۸۸) و مشکل دانش‌آموزان در فهمیدن چگونگی روند استدلال و درک روابط میان اشکال هندسی، همواره در زمرهٔ مسائلی است که معلمان ریاضی در سراسر دنیا با آن مواجه هستند (کلمنتس[۱]، ۲۰۰۳؛ کراولی[۲]، ۱۹۸۷).

بررسی دلایل ضعف دانش‌آموزان در درک و یادگیری هندسه، یکی از دغدغه‌های متخصصان آموزش ریاضی کشورهای مختلف می‌باشد (یوسسکین[۳]، ۱۹۸۲؛ میسون[۴]، ۲۰۰۹ ، ۱۹۹۵؛ فن‌هیلی[۵]، ۱۹۵۹؛ یانوس[۶] و همکاران، ۲۰۱۹؛ پرایتو[۷] و همکاران، ۲۰۱۹؛ ماهارانی[۸] و همکاران، ۲۰۱۹؛ آرماه و کیسی، ۲۰۱۹؛ سولیستیوواتیو همکاران، ۲۰۱۹). یکی از مشکلات اصلی مدارس، مربوط به روش‌های تدریسی است که موجب گریز دانش‌آموزان از ریاضیات و به‌ویژه هندسه شده است (شورای ملی معلمان ریاضی، ۲۰۰۰) و این موضوع باعث می‌شود که دانش‌آموزان نگرش مثبتی نسبت به توانایی‌های خود در ریاضی نداشته باشند. نوع نگرش دانش‌آموزان به فرایند یادگیری هندسه، عامل مهمی در یادگیری و پیشرفت آنها به‌شمار می‌رود. وقتی دانش‌آموزی دیدگاه مطلوبی نسبت به این شاخه از ریاضی داشته باشد، برای پیشرفت در آن تلاش بیشتری از خود نشان می‌دهد. شونفلد[۹](۱۹۸۵) محدودیت روش‌های تدریس ریاضیات و به‌ویژه هندسه را مربوط به آموزش معلم‌محور و ارائه اطلاعات حاضر و آماده به دانش‌آموزان دانسته است. روش‌های سنتی و مرسوم تدریس، هیچ‌گونه فرصتی به دانش‌آموزان به‌غیر از تکیه دادن به صندلی و گوش دادن نمی‌دهد. وقتی معلمان در سطحی بالاتر از سطح فراگیران به تدریس بپردازند، دانش‌آموزان مجبورند فقط مطالب را برای گذراندن درس، حفظ کنند و هرگز آن‌گونه یاد نمی‌گیرند که بتوانند این مطالب را در دنیای واقعی به‌کار گیرند. اگر معلم بتواند در سطحی که دانش‌آموز در آن قرار دارد، درس را شروع کند یا با زبان دانش‌آموز تدریس کند، یادگیری آسان‌تر

1. Clements
2. Crowley
3. Usiskin
4. Mason
5. Van Hiele
6. Yunus
7. Prayito
8. Maharani
9. Schoenfeld

می‌شود (الکس و مامن[1]، ۲۰۱٦). لازمهٔ به‌کارگیری شیوه مناسب تدریس هندسه آن است که معلمان از سطوح تفکر هندسی دانش‌آموزان‌شان آگاهی داشته باشند.

نظریهٔ فن‌هیلی در جهت ردیابی مشکلات دانش‌آموزان در درس هندسه به ارائه سطوح تفکر هندسی آنها می‌پردازد و راهکارهایی در این خصوص مطرح می‌نماید. این نظریه برای اولین بار توسط دو معلم هلندی در درس هندسه یعنی پیره ماری فن‌هیلی[2] (۲۰۱۰-۱۹۰۹) و همسرش دینا گلدوف فن‌هیلی[3] (۱۹۵۸-۱۹۱۱) در قالب دو رسالهٔ دکترا در سال ۱۹۵۷ میلادی ارائه گردید (کولیکناتوس[4]، ۲۰۱٤). در آغاز دههٔ ٦۰ میلادی بود که کشور اتحاد جماهیر شوروی سابق، تصمیم گرفت این نظریه را در برنامه اصلاحات درسی خود مورد استفاده قرار دهد، هرچند که با استقبال زیادی در دیگر کشورها روبه‌رو نشد. چند سال بعد، هانس فرودنتال[5] استادِ دینا و پیره فن‌هیلی در هلند به معرفی این نظریه پرداخت و در این راستا، در سال ۱۹۷۳ میلادی مقاله خود را دربارهٔ این نظریه ارائه نمود. بعد از آن، زمینهٔ آشنایی کشورهای آمریکای شمالی و نوشتن مقالات در زمینهٔ این نظریه در سال ۱۹۷٤ آغاز شد و تابه‌حال نیز ادامه دارد (وجی‌کاوا[6]، ۲۰۱۲؛ آرماه[7] و همکاران، ۲۰۱۸). بر اساس این نظریه، روند یادگیری استدلال هندسی به‌صورت دنباله‌ای (پشت سرهم) و با یادگیری مقدماتی، شروع و سپس گسترش می‌یابد. به‌عبارت‌دیگر، یادگیری تفکر هندسی به‌صورت آموزش سلسله مراتبی در چند سطح متفاوت می‌باشد (پیوزی[8]، ۲۰۰۳). تفکر هندسی مربوط به چگونگی استدلال افراد با استفاده از خصوصیات و ویژگی‌های هندسی است (اردوغان[9]، ۲۰۲۰).

1. Alex & Mammen
2. Pierre Marie Van Hiele
3. Dina Van Hiele Geldof
4. Colignatus
5. Hans Freudenthal
6. Vojkuvkova
7. Armah
8. Pusey
9. Erdogan

سطوح فن‌هیلی

سطح اول فن‌هیلی: این مرحله با شناسایی ظاهر شکل‌های هندسی شروع می‌شود و درواقع شکل‌ها، اشیای پیرامون دانش‌آموز می‌باشد (کراولی، ۱۹۸۷) و اشکال هندسی تنها از روی ظاهر و اغلب در مقایسه با یک نمونهٔ آشنا شناسایی می‌گردند (میسون، ۲۰۰۹). در صورت تسلط بر این سطح، فرد تنها به ظاهر و کلیت شکل توجه می‌کند و نام‌های متفاوت برای اشکال را نمی‌پذیرد. برای مثال، نمی‌تواند درک کند که هر مربع، یک مستطیل است.

سطح دوم فن‌هیلی: در این سطح، فرد قادر است خواص شکل‌ها و اجزای آن را مشخص کرده و توصیف کند، ویژگی‌های شکل را به‌طور تجربی پیدا کرده و به شکل‌ها نسبت دهد (میسون، ۲۰۰۹)، اما هنوز درکی از تعاریف و استدلال‌های منطقی ندارد و استدلال فرد بر اساس مشاهده و استقرا تجربی است. همچنین، در صورت تسلط بر این سطح، ویژگی‌های اشکال را بدون درک روابط میان آنها می‌فهمد و هنوز هم نام‌های متفاوت را برای یک شکل نمی‌پذیرد.

سطح سوم فن‌هیلی: در این سطح دانش‌آموز می‌تواند، شکل‌ها را در ذهن خود مرتب و اهمیت تعاریف دقیق را درک کند (الکس و ماممن، ۲۰۱۶، ۲۰۱۶)، همچنین می‌تواند شکل‌ها و خواص‌شان را به‌وسیله تعریف به هم ربط دهد یا خاصیتی را از دیگر خواص، نتیجه بگیرد و ویژگی‌های اشکال را بنویسد. در صورت تسلط بر این سطح، فرد نام‌های متفاوت برای اشکال را می‌پذیرد و می‌تواند مراحل استدلال‌های منطقی ساده را درک کند، اما فهم او از این استدلال‌ها، دقت لازم را دارا نمی‌باشد و تنها اثبات‌هایی که شامل مراحل پیچیده‌ای نیست را می‌تواند پیگیری کند (کلمنتس، ۲۰۰۳).

سطح چهارم فن‌هیلی: در این سطح، تفکر با مفهوم استنتاج، عکس یک قضیه، اصول موضوعه و شرایط لازم و کافی همراه است (فن‌هیلی، ۱۹۵۹) و نقش اصطلاح‌های تعریف نشده‌ها، اصول موضوعه، تعاریف، قضیه‌ها، اثبات‌ها و رابطهٔ بین آنها درک می‌شود (کراوالی، ۱۹۸۷). درواقع، می‌توان گفت که فرد در صورت تسلط بر این سطح، می‌تواند برای اثبات قضیه‌ها، یا مسائل،

راه‌حل با استفاده از استنتاج‌های منطقی ارائه کند.

سطح پنجم فن‌هیلی: در این سطح، قضیه‌ها در سیستم‌های اصول موضوعه مختلف مطرح می‌شود و شخص به تجزیه‌وتحلیل و مقایسه آنها می‌پردازد (فایز و همکاران، ۱۹۹۸؛ کراولی، ۱۹۸۷) و می‌تواند با سیستم‌های اصل موضوعی مختلف، کار کند و آنها را با هم مقایسه کند (هالات[1]، ۲۰۰۸).

در مجموع، بر اساس این نظریه، روند یادگیری استدلال هندسی دانش‌آموزان از پایین‌ترین سطح شروع و گام‌به‌گام به سطوح بالاتر ارتقاء می‌یابد. در این روند، امکان جهش از یک سطح به سطح دیگر وجود ندارد و در صورتی که چنین چیزی رخ داده باشد، تفکر در سطح بالاتر از عمق لازم برخوردار نخواهد بود (فن‌هیلی، ۱۹۸٦؛ وجی‌کاوا، ۲۰۱۲؛ الِابس، ۲۰۱٦). اگر دانش‌آموز تیزهوشی بتواند جهشی در سطوح داشته باشد (مثلاً از سطح اول به سطح سوم برسد) توانایی استدلال هندسی خود را از طریق دیگری کسب کرده است، در این صورت شاید استدلال او از عمق لازم برخوردار باشد (الکس و مامن، ۲۰۱٦؛ چوآ[2] و همکاران، ۲۰۱۷).

این نظریه اگر پاسخ همه سؤالات معلمان علاقه‌مندی را که به آموزش ریاضیات و هندسه مشغول هستند، ندهد، حداقل به برخی از چراها و چگونه‌های آموزش و یادگیری هندسه، پاسخ می‌دهد. گواه این مطلب، تعداد پژوهش‌های جدید جهانیِ انجام شده در ارتباط با این نظریه است (برای مثال، ارسوی[3] و همکاران، ۲۰۱۹؛ یانوس و همکاران، ۲۰۱۹؛ پراییتو و همکاران، ۲۰۱۹؛ ماهارانی و همکاران، ۲۰۱۹؛ آرماه و کیسی، ۲۰۱۹؛ سولیستیوواتیو همکاران، ۲۰۱۹؛ آرماه و همکاران، ۲۰۱۸؛ سنچس‌گارسیا و کابلو [4]، ۲۰۱٦؛ نیساوا[5]، ۲۰۱۸) که شاید بتواند مؤید درخور توجه و تأثیرگذاریِ این نظریه باشد.

پژوهش یوسسکین (۱۹۸۲) یکی از اولین پژوهش‌های انجام شده درباره نظریهٔ فن‌هیلی است

1. Halat
2. Chua
3. Ersoy
4. Sánchez-García & Cabello
5. Nisawa

که روی نمونهٔ بزرگی از دانش‌آموزان ۵ ایالت آمریکا انجام گرفته است. هدف این پروژه وسیع که ۳ سال طول کشید، بررسی سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان پایه‌های مختلف بود. یافته‌های این پژوهش حاکی از آن است که اکثر دانش‌آموزان پایهٔ نهم عموماً در سطوح اول یا دوم ون‌هیلی هستند که پایین‌تر از سطح مورد انتظار کتاب درسی آنها بوده است. نتایج پژوهش فایز، گِدِس و تیشلر (۱۹۸۸) نیز که روی پایهٔ نهم انجام گرفت نشان‌دهنده آن بود که بیشتر دانش‌آموزان این پایه در سطح دوم فن‌هیلی قرار داشتند. یافته‌های پژوهش جی و همکاران (۲۰۱٤) که به ارزیابی سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان ورودی پایهٔ دهم پرداخت، نشانگر آن بود که سطح غالب تفکر هندسی دانش‌آموزان این پایه، سطح اول فن‌هیلی می‌باشد. همچنین پژوهش‌های جدیدتر در سطح بین‌المللی نیز نشان می‌دهند که دانش‌آموزان حتی تا پایهٔ دهم حداکثر از سطح اول یا دوم تفکر فن‌هیلی برخوردارند (ازجمله پراییتو و همکاران، ۲۰۱۹؛ سولیستیوواتیو همکاران، ۲۰۱۹). در ایران نیز پژوهش‌هایی در ارتباط با این نظریه انجام شده است (برای مثال، عالمیان و همکاران، ۱۳۹۷؛ صفابخش، ۱۳۹٤؛ حبیبی،۱۳۹۲؛ امینی‌فر و همکاران،۱۳۹۰؛ ریحانی و همکاران، ۱۳۸۹؛ لیاقتدار و همکاران،۱۳۹۱؛ مرادی ویس، ۱۳۸۸)، اما به‌ندرت این پژوهش‌ها روی دانش‌آموزان پایهٔ نهم انجام گردیده است. دانش‌آموزان پایهٔ نهم برای ورود به مقطع متوسطه دوم آماده می‌شوند، مقطعی که کتابی جداگانه برای هندسه دارد و از دانش‌آموزان انتظار می‌رود که کم‌کم به استدلال‌های رسمی‌تر و اثبات‌های منطقی‌تر مجهز شوند. بنابراین بررسی سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان پایهٔ نهم در جهت آگاه‌سازی جامعهٔ معلمان ریاضی، مؤلفان کتاب‌های درسی و سیاست‌گذاران آموزشی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. پژوهش حاضر بر آن است که به سؤالات پژوهشی زیر پاسخ دهد:

۱- سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان پایهٔ نهم بر اساس نظریهٔ فن‌هیلی به چه میزان است؟

۲- تسلط دانش‌آموزان پایهٔ نهم در هر یک از سطوح تفکر فن‌هیلی به چه میزان است؟

۳- آیا تفاوت معنی‌داری بین سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان دختر و پسر پایهٔ نهم بر اساس نظریهٔ فن‌هیلی وجود دارد؟

روش پژوهش

هدف از پژوهش حاضر، بررسی سطوح تفکر هندسی دانش‌آموزان پایهٔ نهم و به تفکیک جنسیت با توجه به مدل ارائه شده در نظریهٔ فن‌هیلی است که برای انجام آن از روش پیمایشی بهره گرفته شد و در ادامه نیز سطح فعالیت‌ها و مسائل کتاب درسی بر اساس این نظریه ارزیابی گردید.

جامعه و نمونه

جامعهٔ آماری، کلیهٔ دانش‌آموزان پایهٔ نهم مدارس دولتی شهرستان بابل و اعضای نمونه با استفاده از جدول مورگان شامل ٤٧٠ نفراست که به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای تصادفی انتخاب شده است. به این ترتیب که ابتدا تعدادی مدارس به تصادف از میان فهرست مدارس دولتی دخترانه و پسرانه شهرستان بابل انتخاب و سپس از هر مدرسه دو یا سه کلاس برای اجرای آزمون پژوهش انتخاب شدند. نهایتاً برای نمونه،٤٧٠ نفر (٢٦١دختر و ٢٠٩پسر) از این دانش‌آموزان انتخاب شدند.

ابزار اندازه‌گیری

ابزار اندازه‌گیری، آزمونی برای تشخیص و ارزیابی سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان پایهٔ نهم می‌باشد. در راستای طرح سؤالاتی که سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان پایهٔ نهم را بر اساس مدل فن‌هیلی مورد سنجش قرار دهد، ابتدا آزمونی شامل ۱۲ سؤال بر اساس پژوهش‌های مرتبط و همچنین بومی‌سازی آنها بر اساس کتاب درسی ریاضی پایهٔ نهم تدوین شد که برای بررسی روایی آن از روایی صوری و محتوایی بهره گرفته شد. به این صورت که محتوای سؤالات طرح شده همراه با توضیح و تشریح اهداف هر یک از سؤالات، در اختیار پنج تن از استادان ریاضی و آموزش ریاضی و همچنین سه تن از معلمان با تجربهٔ مقطع متوسطه اول که با نظریه فن‌هیلی آشنا

هستند، قرار گرفت. سپس با توجه به نظرات آنها، در متن ظاهری و محتوای سؤالات، اصلاحات لازم انجام شد. سپس، این آزمون روی یک کلاس از همان جامعه اجرا گردید و بر اساس نتایج آن و مشورت مجدد با صاحب‌نظران، اصلاحات لازم انجام و بعضی از سؤالات حذف یا تجدیدنظر گردید و نهایتاً ۱۰ سؤال برای آزمون نهایی در نظر گرفته شد. برای سنجش پایایی، آزمون نهایی شامل ۱۰ سؤال به‌صورت آزمایشی روی یک کلاس اجرا گردید و ضریب آلفای کرونباخ برابر α =۰/۷۰۸ به‌دست آمد که نشان‌دهندهٔ پایایی قابل قبولی است.

شایان ذکر است که آزمون پژوهش شامل۱۰ سؤال به‌صورت چندگزینه‌ای بوده است و از آنها خواسته شد که دلیل انتخاب خود را نیز توضیح دهند تا بدین‌وسیله تسلط دانش‌آموزان بر سطوح اول تا چهارم فن‌هیلی در مبحث «استدلال و اثبات در هندسه» دقیق‌تر مورد بررسی قرار گیرد. لازم به‌ذکر است که مطالب هندسه دبیرستانی به‌طور معمول تا سطح سوم یا حداکثر سطح چهارم تفکر را دربر می‌گیرد (کراولی، ۱۹۸۷) و در بیشتر پژوهش‌های مدرسه‌ای نیز حداکثر به بررسی چهار سطح اول پرداخته شده است. در پژوهش پیش رو نیز با استناد به یافته‌های پژوهش‌های پیشین، تنها چهار سطح اول فن‌هیلی مورد ارزیابی قرار گرفته است.

سؤال اول آزمون پژوهش، سطح اول فن‌هیلی را مورد سنجش قرار می‌دهد که در آن، تنها به ظاهر و کلیت شکل توجه می‌شود. سؤالات دوم تا پنجم به سطح دوم فن‌هیلی می‌پردازند که در آن ویژگی‌های اشکال، بدون درک روابط میان این ویژگی‌ها درک می‌شوند. سؤالات ششم تا هشتم در سطح سوم فن‌هیلی می‌باشند که در آن دانش‌آموزان می‌توانند استدلال‌های ساده را درک و روابط میان ویژگی‌ها را با هم ترکیب نمایند و همچنین در این سطح می‌توانند نام‌های مختلف اشکال را ذکر کنند. سؤالات نهم و دهم در سطح چهارم فن‌هیلی است که در آن شخص می‌تواند، برای اثبات قضیه‌ها یا مسائل، راه‌حل ارائه کند. پس از ارزیابی پاسخ‌های دانش‌آموزان، پاسخ‌ها به سه دسته پاسخ‌های درست، نادرست و بدون پاسخ تقسیم شدند. برای پاسخ‌های درست، نمره یک و برای پاسخ‌های نادرست و بدون پاسخ، نمره صفر در نظر گرفته شد.

تجزیه‌وتحلیل داده‌ها

جهت تجزیه‌وتحلیل داده‌ها از روش‌های آمار توصیفی و استنباطی به کمک نرم‌افزار SPSS نسخه ۲٤ بهره گرفته شد. در سطح توصیفی شاخص‌هایی مانند میانگین، انحراف معیار و تهیه جداول توزیع فراوانی و درصد آنها به‌کار گرفته شده و در سطح استنباطی با توجه به برقرار بودن شرایط و پیش‌فرض‌ها، از آزمون‌های فریدمن، تی تک‌نمونه‌ای و آنالیز واریانس چند متغیری استفاده گردید.

نتایج

در این بخش با توجه به نتایج به‌دست آمده از تحلیل داده‌ها به سؤالات پژوهش پاسخ داده می‌شود.

سؤال اول- سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان پایهٔ نهم بر اساس نظریهٔ فن‌هیلی به چه میزان است؟

برای پاسخ به این سؤال، ابتدا خلاصه عملکرد کلی دانش‌آموزان در تمام سؤالات آزمون در جدول۱ نشان داده شده است و در ادامه، به منظور مشخص نمودن وضعیت موجود دانش‌آموزان در سطوح تفکر هندسی فن‌هیلی، رتبهٔ هر یک از سطوح بر اساس پاسخ‌دهندگان و با شاخص رتبه‌بندی فریدمن ارائه می‌گردد.

جدول۱- خلاصه دسته‌بندی پاسخ‌های دانش‌آموزان، فراوانی و درصد فراوانی سؤالات

شماره		پاسخ‌های درست	پاسخ‌های نادرست	بدون پاسخ	جمع
۱	فراوانی	۳۳۱	۱۳۷	۲	٤۷۰
	درصد	۷۰/٤۲	۲۹/۱٤	۰/٤۲	۱۰۰
۲	فراوانی	۱۱۲	۳٤٥	۱۳	٤۷۰
	درصد	۲۳/۸۳	۷۳/٤۰	۲/۷٦	۱۰۰
۳	فراوانی	۲۹۱	۱۷۱	۸	٤۷۰
	درصد	٦۱/۹۱	۳٦/۳۸	۱/۷۰	۱۰۰
٤	فراوانی	۱۲٥	۳٤۲	۳	٤۷۰
	درصد	۲٦/٥۹	۷۲/۷٦	۰/٦۳	۱۰۰
٥	فراوانی	۲۹۹	۱٦٤	۷	٤۷۰
	درصد	٦۳/٦۱	۳٤/۸۹	۱/٤۸	۱۰۰
٦	فراوانی	۹٥	۳٥٥	۲۰	٤۷۰
	درصد	۲۰/۲۱	۷٥/٥۳	٤/۲٥	۱۰۰
۷	فراوانی	۸۳	۳٦٦	۲۱	٤۷۰
	درصد	۱۷/٦٥	۷۷/۸۷	٤/٤٦	۱۰۰
۸	فراوانی	۱۰٤	۳۲۳	٤۳	٤۷۰
	درصد	۲۲/۱۲	٦۸/۷۲	۹/۱٤	۱۰۰
۹	فراوانی	٤	٤۲۲	٤٤	٤۷۰
	درصد	۰/۸٥	۸۹/۷۸	۹/۳٦	۱۰۰
۱۰	فراوانی	۳	۳۹۳	۷٤	٤۷۰
	درصد	۰/٦۳	۸۳/٦۲	۱٥/۷٤	۱۰۰

بر اساس جدول ۱، بیشترین درصد پاسخ‌های درست مربوط به سؤال ۱ با ۷۰/٤۲ درصد و بیشترین درصد پاسخ‌های نادرست مربوط به سؤال ۹ با ۸۹/۷۸ درصد بوده است.

نتایج آزمون فریدمن نشان داد بین پاسخ‌های درست دانش‌آموزان در سطوح تفکر هندسی اختلاف معنی‌دار وجود دارد ($\chi^2(۳) = ۷۹۲/٥٤۰, P < ۰/۰۰۱$). نتایج رتبه‌بندی سطوح تفکر هندسی در

جدول ۲ نشان می‌دهد، میانگین بیشترین پاسخ‌های درست مربوط به سطح اول (۳/٤٤) و میانگین کمترین پاسخ‌های درست مربوط به سطح چهارم (۱/٦٥) بوده است.

جدول۲- نتایج رتبه‌بندی پاسخ‌های درست دانش‌آموزان در سطوح اول تا چهارم فن‌هیلی

سطوح تفکر هندسی	سطح اول	سطح دوم	سطح سوم	سطح چهارم
میانگین رتبه‌ها	۳/٤٤	۲/۸٤	۲/۰۷	۱/٦٥
رتبه (اهمیت)	۱	۲	۳	٤
پاسخ‌های درست؛ تعداد (درصد)	۳۳۱(۷۰/٤)	۱۱۲(۲۳/۸)	۷٦(۱٦/۲)	۳(۰/٦)

سؤال دوم - تسلط دانش‌آموزان پایهٔ نهم در هر یک از سطوح تفکر فن‌هیلی به چه میزان است؟

برای پاسخ به این سؤال، ابتدا میانگین نمرهٔ هر فرد در هر سطح تعیین گردید. با توجه به اینکه برای پاسخ درست به هر یک از سؤالات، نمره یک در نظر گرفته شد، بنابراین میانگین نمرهٔ هر فرد در هر سطح عددی بین صفر و یک است. برای بررسی میزان تسلط دانش‌آموزان پایهٔ نهم در هر یک از سطوح تفکر فن‌هیلی از آزمون t تک‌نمونه‌ای با میانگین معیار ۰/۵ استفاده گردید. در جدول ۳ نتایج آزمون t تک‌نمونه‌ای به‌همراه میانگین و انحراف معیار نشان داده شده است.

جدول۳- نتایج آزمون t برای مقایسه سطوح اول تا چهارم فن‌هیلی با حد متوسط

سطح ارزیابی	میانگین	انحراف معیار	آماره آزمون (t)	sig
اول	۰/۷۰	۰/٤٥	۹/۷	<۰/۰۰۱
دوم	۰/٤٤	۰/٤۹۷	-۲/٦۲	<۰/۰۰۱
سوم	۰/۲	۰/٤	-۱٦/۲٤	<۰/۰۰۱
چهارم	۰/۰۱	۰/۰۸٦	-۱۲٤/۰۷	<۰/۰۰۱

جدول فوق نشان می‌دهد که تفکر هندسی دانش‌آموزان در سطح اول به‌طور معنی‌داری بالاتر از میانگین معیار (t =۹/۷، P <۰/۰۰۱)، اما در سطوح دوم(t = -۲/٦۲، P =۰/۰۰۹)، سوم (t = -۱٦/۲٤،P <۰/۰۰۱) و چهارم(t = -۱۲٤/۰۷ ،P <۰/۰۰۱) پایین‌تر از میانگین معیار است.

سؤال سوم: آیا تفاوت معنی‌داری بین سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان دختر و پسر پایهٔ نهم بر اساس نظریهٔ فن‌هیلی وجود دارد؟

به منظور بررسی تفاوت بین سطوح تفکر هندسی دانش‌آموزان پایهٔ نهم باتوجه به نظریهٔ فن‌هیلی برحسب جنسیت، از آزمون تحلیل واریانس چندمتغیره استفاده شد. استفاده از این تحلیل، مستلزم رعایت پیش‌فرض‌هایی است که پیش از اجرای آزمون مورد بررسی قرار گرفتند. جهت بررسی پیش‌فرض نرمال بودن داده‌ها از شاخص کجی و کشیدگی استفاده شد و نتایج نشان داد که شاخص کجی و کشیدگی همهٔ سطوح پژوهش در دامنه ۲ و ۲- قرار داشت. به‌منظور بررسی همگنی واریانس خطای متغیرهای پژوهش در دو گروه (دختر و پسر)، از آزمون لوین استفاده شد.

نتایج نشان از عدم معنی‌داری آزمون لوین برای همهٔ سطوح در سطح ۰/۰۵ دارد (P>۰/۰۵). بنابراین شرط همگنی واریانس‌های بین گروهی رعایت شده است. نتایج آزمون M باکس، همگن بودن ماتریس کوواریانس متغیرهای وابسته در تمام سطوح متغیر مستقل (گروه‌ها) را مورد تأیید قرار داد (Box's M=۸٤/۲۵؛ P=۰/۱۰۵). بنابراین، باتوجه به رعایت پیش‌فرض‌ها، می‌توان از آزمون تحلیل واریانس چند متغیری برای نمرات سطوح تفکر هندسی استفاده نمود (جدول۳).

جدول۳- خلاصه تحلیل واریانس چند متغیری برای نمرات سطوح تفکر هندسی

متغیر	آزمون‌ها	درجه آزادی	F	معنی‌داری	اندازه اثر	توان آماری
جنسیت	آزمون اثر پیلایی	٤و٤٢١	۳/۹۳۷	۰/۰۰٤	۰/۰۳٦	۰/۹۰۳
	لامبدای ویلکز	٤و٤٢١	۳/۹۳۷	۰/۰۰٤	۰/۰۳٦	۰/۹۰۳
	اثر هتلینگ	٤و٤٢١	۳/۹۳۷	۰/۰۰٤	۰/۰۳٦	۰/۹۰۳
	بزرگترین ریشه روی	٤و٤٢١	۳/۹۳۷	۰/۰۰٤	۰/۰۳٦	۰/۹۰۳

نتایج جدول ۳ نشان می‌دهد، بین دانش‌آموزان دختر و پسر پایهٔ نهم در سطوح تفکر هندسی بر اساس نظریهٔ فن‌هیلی تفاوت معنی‌داری وجود دارد (F(٤و٤٢١) =۳/۹۳۷، P= ۰/۰۰٤). در ادامه برای پی بردن به اینکه در کدام یک از متغیرهای وابسته بین دو گروه تفاوت معنی‌داری وجود دارد، جدول٤ نشان داده شده است.

جدول٤- نتایج آزمون تحلیل واریانس یک متغیری نمرات سطوح تفکر هندسی برحسب جنسیت

سطوح تفکر هندسی	مجموع مجذورات	df	میانگین مجذورات	F	معنی‌داری	اندازه اثر	توان آماری
سطح اول	۱/۲۱۱	۱	۱/۲۱۱	۷/۰٦۹	۰/۰۰۸	۰/۰۱٦	۰/۷٥٦
سطح دوم	۲/۳٦۳	۱	۲/۳٦۳	۱/۰۲۸	۰/۳۱۱	۰/۰۰۲	۰/۱۷۳
سطح سوم	٤/۰۲۹	۱	٤/۰۲۹	۲/۸۷۹	۰/۰۹۰	۰/۰۰۷	۰/۳۹٥
سطح چهارم	۰/۱٥۲	۱	۰/۱٥۲	۰/۰۰۱	۰/۹۸۲	۰/۰۰۰	۰/۰٥۰

جدول ٤ نتایج تحلیل واریانس چند متغیری اثرات بین گروهی برای گروه‌های دختر و پسر در سطوح تفکر هندسی را نشان می‌دهد. با توجه به آماره F جدول ٤، بین دو گروه دختر و پسر تنها در سطح اول از نظر آماری تفاوت معنی‌دار وجود دارد (P=۰/۰۰۸). با توجه به اندازه اثر سطح اول تفکر هندسی (۰/۰۱٦) نشان می‌دهد که این تفاوت به میزان زیادی نیست.

جهت بررسی این نکته که این تأثیر در کدام یک از گروه‌های جنسیتی بوده است، به بررسی نتایج آزمون تعقیبی بنفرونی در جدول ٥ پرداخته می‌شود.

جدول٥- بررسی تفاوت‌های دو به دو در گروه‌های جنسیتی (دختر و پسر) در متغیرهای وابسته

متغیر وابسته	گروه	تفاوت میانگین‌ها	خطای انحراف معیار	مقدار معنی‌داری
سطح اول	دختر-پسر	-۰/۱۰۸	۰/۰٤۰	۰/۰۰۸
سطح دوم	دختر-پسر	-۰/۱٥۰	۰/۱٤۸	۰/۳۱۱
سطح سوم	دختر-پسر	-۰/۱۹٦	۰/۱۱٦	۰/۰۹۰
سطح چهارم	دختر-پسر	۰/۰۰۰	۰/۰۱۷	۰/۹۸۲

نتایج آزمون بنفرونی در جدول٥ نشان می‌دهد که در سطح اول تفاوت بین دو گروه جنسیتی دختر و پسر معنی‌دار است (P=۰/۰۰۸). به‌طوری‌که میانگین پاسخ‌های درست پسران نسبت به دختران در سطح اول بیشتر است.

بحث و نتیجه‌گیری

تجربه‌های معلمان ریاضی در خلال تدریس هندسه نشان می‌دهد که دانش‌آموزان از مبحث هندسه بیش از سایر مباحث ریاضی گریزان‌اند و با میزان بیشتری از بدفهمی‌ها در این مبحث مواجه هستند. شاید بسیاری از ما کم‌کاری دانش‌آموزان، بی‌علاقگی و بی‌انگیزگی آنها به ریاضیات و به‌ویژه هندسه، بی‌توجهی آنها در کلاس درس و یا تدریس نامناسب مطالب را تنها دلایل این امر بدانیم. برای مثال، در مباحث مربوط به چهارضلعی‌ها شاید بسیاری از معلمان، هنگامی که پس از بیان « مربع یک مستطیل است» با عدم درک و پذیرش دانش‌آموزان روبه‌رو می‌شوند، چاره را در توضیح دوباره و گاه چندباره، ارائه مثال‌های بیشتر و تکرار و تمرین ببینند (چنان‌که بسیاری از ما نیز چنین روش‌هایی را بارها و بارها به‌کار بسته‌ایم). اما آشنایی با نظریهٔ فن‌هیلی دربارهٔ درک هندسی دانش‌آموزان باعث می‌گردد که از دیدگاهی دیگر نیز به علل عدم موفقیت دانش‌آموزان در فراگیری و درک هندسه نگریست.

این نظریه دارای جنبه‌های متفاوتی است و نه تنها به بررسی مشکلات آموزشی، بلکه به ارائه راهکارهایی برای بهبود آموزش و یادگیری نیز پرداخته است. بخشی از این نظریه که توسط پیره فن‌هیلی ارائه شد، توانایی استدلال تفکر هندسی افراد را به پنج سطح تقسیم می‌کند. این دسته‌بندی از سطوح تفکر هندسی با سطح شناسایی (سطح اول) که در آن کلیت شکل هندسی مورد توجه است آغاز می‌گردد و با کشف ویژگی‌های اشکال (سطح دوم) ادامه می‌یابد و به بیان نام‌های مختلف اشکال، استدلال‌های غیررسمی، ترکیب ویژگی‌ها و به‌دست آوردن ویژگی جدید گسترش می‌یابد (سطح سوم) و سپس با ارائه استدلال‌های رسمی و هندسهٔ اصولِ موضوعه (سطح چهارم و پنجم) به پایان می‌رسد (فایز و همکاران، ۱۹۸۸).

یافته‌های پژوهش حاضر، بیانگر آن است که سطح غالب تفکر و استدلال هندسی دانش‌آموزان پایهٔ نهم، در فصل استدلال و اثبات، سطح اول تفکر بر اساس نظریهٔ فن‌هیلی می‌باشد و همچنین، هیچ نشانه‌ای مبنی بر وجود تفکر در سطح چهارم فن‌هیلی یافت نشد. بررسی یافته‌های پژوهش، تأییدکنندهٔ نتایج برخی از پژوهش‌های مرتبط پیش از خود (ازجمله یوسسکین، ۱۹۸۲؛ جی و

همکاران، ۲۰۱٤؛ فایز، گِدِس و تیشلر، ۱۹۸۸؛ پراییتو و همکاران، ۲۰۱۹؛ سولیستیوواتیو همکاران، ۲۰۱۹؛ صفابخش، ۱۳۹٤) می‌باشد و این پژوهش‌ها بیانگر آن بودند که دانش‌آموزان حتی تا پایهٔ دهم نیز حداکثر از سطح اول یا دوم تفکر فن‌هیلی برخوردارند. همچنین، نتایج پژوهش حاضر نشان داد که اگرچه عملکرد دانش‌آموزان پسر در سطوح اول تا سوم فن‌هیلی نسبت به دانش‌آموزان دختر بهتر بوده است، اما این تفاوت‌ها معنی‌دار نبود. نتایج پژوهش‌های ماهارانی و همکاران (۲۰۱۹) و صفابخش (۱۳۹٤) نیز به تفاوت‌های جنسیتی اشاره داشته‌اند.

نگاه اجمالی به فعالیت‌های کتاب درسی ریاضی پایهٔ نهم، نشان‌دهندهٔ ناهماهنگی سطح تفکر بَرآورد شده برای دانش‌آموزان پایهٔ نهم و سطح مطالب ارائه شده در کتاب درسی ریاضی این پایه است که البته این خود نیازمند پژوهش دقیق و جداگانه‌ای است. با این حال، نمی‌توان همهٔ کاستی‌ها را متوجه مباحث مطرح شده در کتاب درسی پایهٔ نهم دانست و دلایل متعددی باعث ناهماهنگی در سطوح بین دانش‌آموزان و کتاب درسی هستند که در ادامه به بعضی از این دلایل اشاره می‌گردد. البته هر یک از این دلایل خود نیازمند پژوهشی جداگانه است.

اولین دلیلی که به ذهن می‌رسد، عدم یادگیری و درک مفاهیم در کلاس‌های پایهٔ پایین‌تر می‌باشد. دومین دلیل مربوط به روش تدریس معلمان است. چون تدریس معلم می‌تواند علاقه‌مندی به درس یا بیزاری به آن را در دانش‌آموزان به وجود آورد. هندسه ازجمله موضوعات ویژه‌ای است که نیاز دارد، معلمانی که آن را تدریس می‌کنند توانایی‌های ویژه‌ای داشته باشند.

وقتی معلم با روش سنتی تدریس کند، نتیجهٔ آن خستگی در آن درس می‌تواند باشد، ولی اگر بتواند، روش‌های فعال تدریس را به‌کار گیرد، دانش‌آموزان لذت حل مسئله را در خود احساس می‌کنند و کوشش آنها، در حل مسائل چند برابر می‌شود. در تأیید این مطلب می‌توان به پژوهش حبیبی (۱۳۹۲) اشاره کرد که بر روی دانش‌آموزان پایهٔ ششم ابتدایی انجام شد. نتیجهٔ پژوهش، اختلاف معنی‌داری بین روش تدریس سنتی و روش تدریس فعال را در هندسه نشان می‌دهد. همچنین، گاهی اصرار معلمان و تأکید بیش از حد بر اثبات‌ها و استدلال‌های رسمی در هندسه، اهمیت استدلال‌های تجربی و شهودی را کمرنگ جلوه می‌دهند تا جایی که دانش‌آموزان برای

استدلال‌های شهودی حتی زمانی که آن را بهتر درک می‌کنند، چندان اعتباری قائل نیستند. دلیل دیگر، سطوح پایین تفکر هندسی معلمان می‌باشد. با توجه به پژوهش‌های انجام شده در این زمینه، بسیاری از معلمان هندسه از سطح تفکر هندسی مطلوبی برخوردار نیستند در تأیید این مطلب می‌توان به پژوهش مرادی ویس (۱۳۸۸) که بر روی معلمان اجرا شد، اشاره کرد که نشان‌دهندهٔ آن بود که تفکر هندسی معلمان حداکثر سطح سوم فن‌هیلی بوده و به سطح چهارم دست نیافته بودند.

همچنین نتایج مشابهی در یافته‌های پژوهش امیری (۱۳۹۲) که بر روی معلمان ریاضی اجرا گردید مشاهده شده است. در سطح جهانی نیز، نتایج پژوهش‌های می‌بری[1] (۱۹۸۳) و نایت (۲۰۰٦) نمایانگر آن است که سطح تفکر هندسی معلمان در بعضی از موارد حتی از دانش‌آموزان‌شان، پایین‌تر است. یکی دیگر از دلایل، اختصاص ندادن زمان کافی به این درس می‌باشد. به‌عنوان مثال در نظر داشته باشید که دانش‌آموزان پایهٔ نهم در سطح دوم باشند و ما می‌خواهیم آنها را در پایهٔ نهم به سطح سوم ببریم، یوسسکین (۱۹۸۲) اشاره می‌کند که فرایند گذر از یک سطح به سطح بعدی، نیازمند زمانی طولانی‌تر از یک ساعت یا چند جلسهٔ آموزشی است. او از زبان دینا گلدف فن‌هیلی (۱۹۵۷) نقل می‌کند۵۰ جلسهٔ آموزشی برای گذر از سطح دوم به سوم نیاز داریم. در صورتی که کل جلسهٔ آموزشی برای کتاب ریاضی پایهٔ نهم ٤٨ جلسه با تعطیلات می‌باشد که تنها چند جلسهٔ آموزشی به فصل‌های هندسه اختصاص داده می‌شود.

در مجموع، دستاوردهای پژوهش‌هایی از این دست، به منظور جمع‌آوری داده‌های آماری برای برنامه‌نویسان آموزشی و مؤلفان کتاب‌های درسی می‌تواند زمینه‌ساز تنظیم و تدوین مواد درسی متناسب با سطح توانایی دانش‌آموزان شود. همچنین نتایج این‌گونه پژوهش‌ها، شاید بتواند توجه سیاست‌گذاران آموزشی را به اجرای دوره‌های مفیدتر ضمن خدمت درباره آموزش ریاضیات و به‌ویژه هندسه، جلب کند.

---

1. Mayberry

منابع

الف. فارسی

عالمیان، وحید؛ سیدی، محمد و حبیبی، ملوک. (۱۳۹۷). شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایهٔ هشتم در مهارت‌های هندسی در هندسه و استفاده از نظریهٔ فن‌هیلی برای ارتقاء و بهبود سطح مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان. *نوآوری های آموزشی . دوره ۱۷, شماره ۳*، ۱٤۷– ۱۲۳.

امینی‌فر، الهه؛ صالح صدق‌پور، بهرام و باقری، نیره. (۱۳۹۰). ساخت آزمون معتبر و پایای تفکرهندسی بر اساس سه سطح اول نظریه ون هیلی. *فصلنامه اندازه‌گیری تربیتی*. سال اول، شماره ٤ ، ۱۲۵– ۱۱۱.

حبیبی، ملوک. (۱۳۹۲). نقش روش تدریس فعال معلمان در هندسه (با مدل فن‌هیلی) در افزایش انگیزش و یادگیری دانش‌آموزان دوره ابتدایی. *فصلنامه مشاوره شغلی و سازمانی*، دوره پنجم، شماره ۱٤، ۱۰۵– ۸٤.

ریحانی، ابراهیم؛ امام جمعه، سید محمدرضا؛ صالح صدق‌پور، بهرام و مرادی ویس، اصغر. (۱۳۸۹). ارزیابی دانش معلمان و دانشجویان ریاضی در درس هندسه با استفاده از نظریهٔ فن‌هیلی. *نشریه علمی پژوهشی فناوری آموزش*. دوره پنجم، شماره ۲، ۱٦۵– ۱۵۳.

گویا، زهرا و همکاران. (۱۳۸۷). *کتاب هندسه ۱ سال دوم آموزش متوسطه*. چاپ چهاردهم. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی. وزارت آموزش و پرورش.

لیاقتدار، محمدجواد؛ سلیمانی، نسیم و صدر ارحامی، سعید. (۱۳۹۱). بررسی تأثیر روش آموزش هندسه بر مبنای نظریهٔ ون‌هیلی بر پیشرفت تحصیلی. *اندیشه‌های نوین تربیتی*، دوره ۸، شماره ۳، ۱۲٦– ۱۰۷.

مرادی‌ویس، اصغر. (۱۳۸۸). *مطالعهٔ جایگاه هندسه مدرسه‌ای در برنامه درسی کارشناسی دبیری ریاضی مبتنی بر نظریهٔ فن‌هیلی*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.

ب. انگلیسی

Al-ebous, T. (2016). Effect of the Van Hiele Model in Geometric Concepts Acquisition: The Attitudes towards Geometry and Learning Transfer Effect of the First Three Grades Students in Jordan. International Education Studies, 9(4), 87-98.

Alex, J. K. & Mammen, K. J. (2016). Geometrical Sense Making: Findings of Analysis Based on the Characteristics of the van Hiele Theory among a Sample of South African Grade 10 Learners. Eurasia journal of mathematics, Scieence & Technology Education , 12(2) assessment policy statement (CAPS) expectation. *International Journal of Educational Sciences, 7*(1), 29-39.

Armah, R. B. & Kissi, P. S. (2019). Use of the van Hiele Theory in Investigating Teaching Strategies used by College of Education Geometry Tutors. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 15(4),* 1-13.

Armah, R. B., Cofie, P. O. & Okpoti, C. A. (2018). Investigating the Effect of van Hiele Phase-Based Instruction on Pre-Service Teachers' Geometric Thinking. *International Journal of Research in Education and Science*, 4(1), 314-330.

Burger, W. F. & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, 17, 31-48.

Chua, G. L. L., Tengah, K. A., Shahrill, M., Tan, A. & Leong, E. (2017). Analysing students'perspectives on geometry 3rd International Conference on Education (Vol. 3, Pp. 205-213).

Clements, D. H. (2003). Teaching and Learning Geometry. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics (pp. 151-178). Reston, VA: NCTM.

Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry*, K-12, 1-16.

Colignatus, T. (2014). Pierre van Hiele and David Tall: Getting the facts right. ArXive-prints, 1408.

Erdogan, F. (2020). Prospective Middle School Mathematics Teachers' Problem Posing Abilities in Context of Van Hiele Levels of Geometric Thinking. *International Online Journal of Educational Sciences, 12*(2), 132-152.

Ersoy, M., İlhan, O. A. & Sevgi, S. (2019). Analysis of the Relationship between Quadrilaterals Achievement Levels and Van Hiele Geometric Thinking Levels of the Seventh Grade Students. *Higher Education Studies*, *9*(3), 1-11.

Fuys, D., Geddes, D. & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in* Mathematics Education. Monograph, i-196.

Gutiérrez, A. & Jaime, A. (1998). On the assessment of the van Hiele levels of reasoning. *Focus on Learning in Mathematics*, *20*, 27-46.

Halat, E. (2008). In-service middle and high school mathematics teachers: Geometric reasoning stages and gender. *The Mathematics Educator*, *18*(1), 8-14.

Knight, K. C. (2006). *An investigation into the change in the Van Hiele levels of understanding geometry of pre-service elementary and secondary mathematics teachers* (Doctoral dissertation, The University of Maine).

Mayberry, J. (1983). The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, Education, 14, 58-69.

Maharani, A., Sulaiman, H., Aminah, N. & Rosita, C. D. (2019, March). Analyzing the student's cognitive abilities through the thinking levels of geometry van hiele reviewed from gender perspective. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1188, No. 1, p. 012066). IOP Publishing.

Mason, M. (2009). The van Hiele levels of geometric understanding. *Colección Digital Eudoxus*, *1*(2).

Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P. & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, the Netherlands.

National council of Teacher of Mathematics. (2000). *Principle and Students for School Mathematics*. Reston VA: Author.

Nisawa, Y. (2018). Applying van Hiele's Levels to Basic Research on the Difficulty Factors behind Understanding Functions. *IEJME-Mathematics Education*. 13(2), 61-65.

ÖZKAN, E. & Diler, Ö. N. E. R. (2019). Investigation of the Development of van Hiele Levels of Geometric Thinking in a Computer Supported Collaborative Learning (CSCL) Environment. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *15*(2), 473-490.

Prayito, M., Suryadi, D. & Mulyana, E. (2019, March). Geometric thinking level of the Indonesian seventh grade students of junior high school. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1188, No. 1, p. 012036). IOP Publishing.

Pusey, E. L. (2003). *The van Hiele model reasoning in geometry: a literature review*. Unpublished master's thesis, North Carolina State University, Raleigh, NC, United States.

Sánchez-García, A. B. & Cabello, A. B. (2016). An instrument for measuring performance in geometry based on the van Hiele model. *Educational Research and Reviews*, 11(13), 1194-1201.

Shoenfeld, A. (1985). Mathematics Problem Solving. Academic Press.

Sulistiowati, D. L., Herman, T. & Jupri, A. (2019, February). Student difficulties in solving geometry problem based on Van Hiele thinking level. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1157, No. 4, p. 042118). IOP Publishing.

Usiskin, Z. (1982). Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry. CDASSG Project.

Van Hiele, P. M. (1986). Structure and insight: A theory of mathematics education. Orlando: Academic Press.

Van Hiele, P. M. (1959). The child's thought and geometry. In D. Fuys, D. Geddes, & R. Tischler (Eds.), English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele (pp. 243–252). Brooklyn, NY: Brooklyn College, School of Education.

Vojkůvková, Iva. (2012). "The van Hiele Model of Geometric Thinking." WDS'12 Proceedings of Contributed Papers: Part I - Mathematics and Computer Sciences (eds. J. Safrankova and J. Pavlu), Prague, Matfyzpress, 72-75.

Yunus, M., Suraya, A., Ayub, M. & Fauzi, A. (2019). Geometric Thinking of Malaysian Elementary School Students. *International Journal of Instruction*, *12*(1), 1095-1112.

Journal of Curriculum Research

Vol.11, No.1, 2021, Ser 21

Extended Abstract

A Comparative Evaluation of the Ninth Grade Students' Level of Geometric Reasoning Based on the Van Hiele Theory

Narges Yaftian[1] **Farshid Gorjipour Shoobi**[2]

Introduction

Students usually have major misconceptions and face considerable difficulties in Geometry, as compared to the other main branches of Mathematics. Numerous studies have reported that students usually perform poorly in Geometry. Therefore, understanding the reasons for students' difficulties in learning Geometry is one of the concerns of experts in Mathematics education. One reason can be related to ineffective teaching methods that cause some students to hate Geometry. When teachers teach at a higher level of understanding than that of learners, students have to memorize learning materials and cannot apply what they have learned in the real world. If the teacher considers students' level of understanding while s/he teaches, it will be easier to learn the lessons. Accordingly, Geometry teachers should use appropriate methods of teaching and be aware of students' level of geometric thinking.

Van Hiele Theory, which has different aspects, can help scholars determine students' level of geometric thinking, make it easier to examine educational difficulties, and improve teaching and learning by offering some solutions to overcome the existing difficulties. Based on this theory, geometric thinking has five levels. It starts with the recognition level in which the generality of the geometric shape is recognized. The second level is concerned with discovering

[1] Assistant Professor at Department of Mathematics. Shahid Rajaee Teacher Training University. yaftian@sru.ac.ir

[2] Master of Mathematics Education & Math Teacher in Babol. f.gorjipour52@gmail.com

the characteristics of shapes. The third level involves applying informal reasoning, combining shapes and their properties, and obtaining new properties. And the fourth and fifth levels are related to presenting formal reasoning and postulates of Geometry, respectively. The objective of the present study was to study the ninth grade students' levels of geometric reasoning through the use of Van Hiele Theory. Accordingly, the subject of the characteristics of reasoning and proof in Geometry was selected for conducting this study.

Research Questions

1. What are the levels of geometric thinking of the ninth grade students?
2. How proficient are the ninth grade students in each of the levels of geometric thinking?
3. Is there a significant difference between the ninth grade boy and girl students in their levels of geometric thinking?

Methods

Survey method was used in order to conduct this study. The statistical population of the study consisted of all the ninth grade students in public schools of Babol, Mazandaran Province, Iran. Of the study population, 470 were selected through cluster sampling. The participants then took a researcher-made test with 10 items. The face and content validity of the test were assessed and confirmed by a number of professors of Mathematical Education and by some experienced junior high school teachers. Descriptive and inferential statistics were used for data analysis.

Findings

Based on the findings, the ninth grade students were mainly at the first level of geometric thinking, and more specifically geometric reasoning and proof. However, boy students outperformed girl students in geometric reasoning and proof. The findings further revealed that the difference between the two groups of students was statistically significant only at the first level of reasoning.

Discussion and Conclusion

A quick look at the activities presented within the ninth grade Mathematics textbook can indicate an inconsistency between students' level of understanding and the level of content presented within the textbook. However, not all deficiencies can be attributed to the ninth grade Mathematics textbook problems. Indeed, there are a number of reasons for the discrepancy between students' level of thinking and the level of content presented to them.

The first reason can be students' lack of understanding of the basic concepts in the lower grades. The second reason may be related to the use of inefficient

teaching methods by teachers. Furthermore, teachers sometimes overemphasize the importance of formal proofs and reasoning in Geometry to the extent that they ignore the importance of empirical reasoning and intuitive reasoning. This may cause students not to give much credit to intuitive reasoning even when they can use it. Another reason might be teachers' low levels of geometric thinking. Based on the relevant literature, many Geometry teachers do not possess the desired level of geometric thinking.

The findings of this study can help educational planers and textbook compilers pave the way for designing course materials appropriate to students' ability level. Furthermore, the findings can help educational policy makers pay attention to the importance of provision of in-service training courses on Mathematics, and especially Geometry education. Overall, the findings of this study can help mathematics teachers, educational policy makers, and textbook authors properly assess the process of teaching Geometry to students.

Keywords: Geometry; Van Hiele Theory; thinking level; the ninth grade students